

**ДИНАМІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ  
КРАНІВ ПРИ ПІДЙОМІ ВАНТАЖУ «З ПІДХВАТОМ»****Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Кадикало І. О.**

В межах одномасової моделі мінімізовані амплітуди коливань всіх елементів конструкції крана на етапі їх пружної деформації, а також динамічні навантаження при підйомі вантажу «з підхватом». Встановлені аналітичні вирази для законів руху підйому вантажу «з підхватом», які мінімізують коливання, які виникають в ході згаданого вище процесу. Отримані у роботі результати можуть у подальшому бути використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу кранів як на стадіях конструювання / проектування, так і у режимах їх реальної експлуатації.

В рамках одностепенной модели минимизированы амплитуды колебаний всех элементов конструкции крана на этапе их упругого деформирования, а также динамические нагрузки при подъеме груза «с подхватом». Установлены аналитические выражения для законов движения подъема груза «с подхватом», которые минимизируют колебания, которые возникают в ходе упомянутого выше процесса. Полученные в работе результаты могут в дальнейшем быть использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчета механизмов подъема груза кранов как на стадиях конструирования / проектирования, так и в режимах их реальной эксплуатации.

In the framework of a single-mass model of the amplitude variations of all crane parts at the stage of elastic deformation and dynamic loading when lifting loads "with wings" are minimized. Analytical expressions for the motion laws of lifting loads "with wings" which minimize the variations occurring during the above mentioned process are established. The results obtained in work can further be used to refine and improve the existing engineering methods of calculation of the mechanisms of load lifting of cranes both at the stages of design and their actual operation.

Ловейкін В. С.

д-р техн. наук, проф., зав. каф. каф. КМіО  
НУБіП

lovvs@ukr.net

Човнюк Ю. В.

канд. техн. наук, доц. каф. КМіО НУБіП

Кадикало І. О.

аспірант НУБіП

НУБіП – Національний університет біоресурсів і природокористування України,  
м. Київ.

УДК 621.87

Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Кадикало І. О.

### ДИНАМІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ КРАНІВ ПРИ ПІДЙОМІ ВАНТАЖУ «З ПІДХВАТОМ»

При оцінці динамічного навантаження на вантажозахоплюючі пристрої кранів слід мати на увазі, що в умовах нормальної експлуатації важливе значення має, головним чином, тільки вертикальна складова динамічного навантаження при роботі механізму підйому вантажу, оскільки при роботі механізмів пересування крану й обертання його поворотної частини воно не перевищує 5...6 % статичного навантаження.

При підйомі вантажу «з підхватом» зазвичай вважають, що вантаж лежить на деякій основі, канати провисають і, відповідно, у цей момент навантаження на вантажозахоплюючі пристрої дорівнює нулю.

При вказаному варіанті підйому вантажу для розрахунку навантажень можна знехтувати жорсткістю одного з елементів (наприклад, канатів, оскільки пружність металокопункції вище, ніж канатів, причому коливання останніх швидко затухають) і враховувати тільки пружність другого елемента жорсткості – конструкції крана, тобто маси крана  $m_k$  й вантажу  $m_e$  розглядають як одну масу  $m$  ( $m = m_k + m_e$ ) – т.з. одномасова модель.

При прийнятих припущеннях можна вважати, що підйом вантажу відбувається наступним чином.

На першому етапі, після вмикання двигуна відбувається вибирання слабину канату, на другому пружна деформація всіх елементів конструкції (яка, до речі, супроводжується інтенсивними коливаннями). Другий етап продовжується до тих пір, поки зусилля  $F_0$  на вантажозахоплюючі пристрої, зростаючи від нуля, не стає рівним  $Q_e = m_e \cdot g$ . ( $g = 9,81 м/с^2$ ). Лише після цього, на третьому етапі, починається власне підйом вантажу.

Відомо, що продуктивність і надійність вантажопідйомних машин, точність виконання ними розвантажувально – навантажувальних, транспортних і монтажних операцій суттєво залежать від динамічних навантажень в пружних елементах гнучких робочих органів, приводу і металокопункції. Величини цих навантажень залежать від ділянки руху вантажопідйомної машини чи її механізму. Найбільші динамічні навантаження виникають на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, реверсування руху).

Один з шляхів зменшення цих навантажень (як супроводжуючих їх коливань) є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Крім того, на думку авторів даної роботи, необхідно більш детально проаналізувати етап пружної деформації всіх елементів механізму підйому «з підхватом», коли вантаж ще не відірвався від землі, задля мінімізації виникаючих при цьому небажаних коливань. Подальшого всебічного дослідження потребує і етап власне підйому вантажу, коли виникають у елементах механізму підйому значні навантаження (зокрема, у канатах), щоб оптимізувати (мінімізувати) їх величину.

У роботі [1] показано, що під час гальмування в процесі пуску вантажу коефіцієнт динамічності  $K_D$  в пружних елементах кранових механізмів досягає величини 2,5 й більше. Тому суттєве зменшення цього показника є актуальною задачею для конструювання і експлуатації сучасних вантажопідйомних механізмів. Автори [1, 2] використовують для аналізу підйому вантажу «з підхватом» двомасову модель, проте у роботі [3] запропонована й обґрунтована також і одномасова модель. Автор [4, 5] пропонує кілька режимів руху приводного механізму для підйому вантажу на ділянці пуску, і обґрунтовує їх на оптимальність щодо динамічних навантажень на механізм підйому вантажу.

У даному дослідженні будуть частково використані результати вказаних вище робіт.

Мета роботи полягає у встановленні оптимальних режимів підйому вантажу «з підхватом», які мінімізують динамічні навантаження у елементах самого механізму підйому, а також у обґрунтуванні режиму руху системи на етапі пружної деформації всіх її елементів (до підйому вантажу), коли мінімізуються небажані неминуче виникаючі при цьому коливання.

Схема динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом» подана на рис. 1.

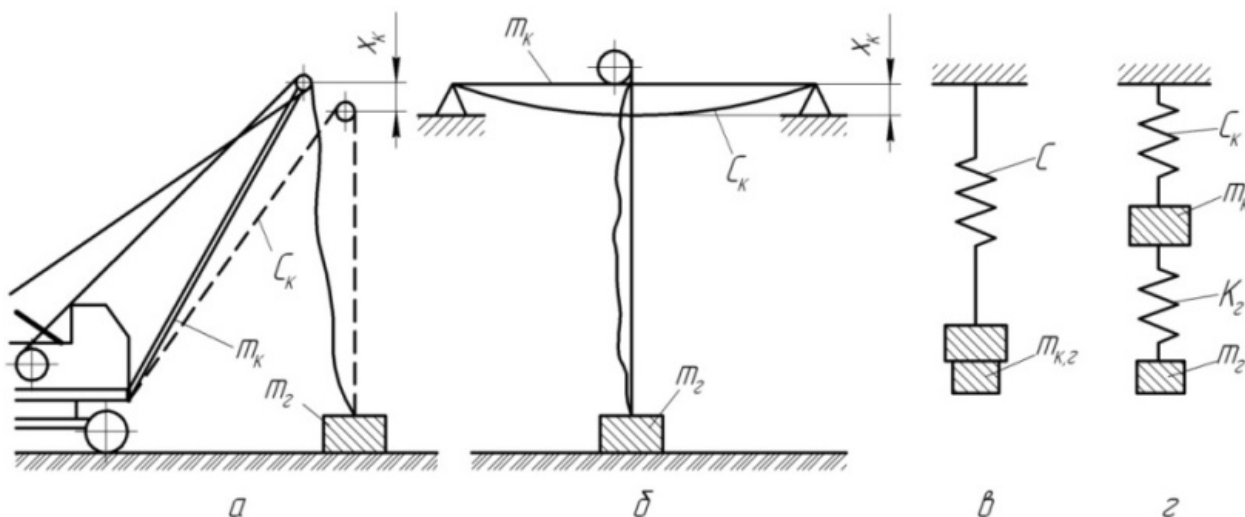


Рис. 1. Схема динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом»:

а, б – на кранах відповідно стріловому й мостовому; в, г – розрахункові схеми одно- й двомасової системи

При переміщенні  $x_k$  маси крана  $m_k$  із жорсткістю  $C_k$  кінематична енергія:

$$W = m_k \cdot \dot{x}_k^2 / 2, \quad (1)$$

потенціальна енергія:

$$U = C_k \cdot \dot{x}_k^2 / 2. \quad (2)$$

де  $x_k$  – переміщення;

$m_k$  – маса;

$C_k$  – жорсткість конструкції крана.

Рушійною силою є сила  $P(t)$ , котра різна для рідних етапів підйому вантажу.

Рівняння руху має вид (в межах одномасової моделі):

$$m_k \cdot \ddot{x}_k + C_k \cdot x_k = \overline{P}(t), \quad (3)$$

де  $t$  – час.

Підйом вантажу «з підхватом» умовно можна розбити на три етапи: а) на першому етапі, після вмикання двигуна, відбувається вибір слабину канату, на другому – пружна деформація всіх елементів конструкції (рис. 1, а, б). Другий етап триває до тих пір, поки зусилля  $P(t)$  на вантажозахоплюючі пристрої, зростаючи від нуля, не досягне  $Q_g = m_g \cdot g$ . Лише після цього, на третьому етапі, починається підйом вантажу.

Розглянемо більш детально другий етап підйому вантажу «з підхватом».

Для того, щоб зменшити небажані на цьому етапі коливання вантажу й коливання механізму підйому (всіх його елементів), слід  $P(t)$  змінювати у часі за наступним законом:

$$P(t) \equiv F(t) = m_g \cdot g \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right\}, \quad (4)$$

де  $t_p^* = \frac{m_g \cdot q}{C_k \cdot V}$ ,  $V$  – усталена швидкість підйому вантажу.

Саме закон  $P(t)$  (4) задовольняє умовам гладкості руху:  $F(t)|_{t=0} = 0$ ;  $\dot{F}(t)|_{t=0} = 0$ ;  $\ddot{F}(t)|_{t=0} = 0$ ;  $F(t)|_{t=t_p^*} = m_g \cdot g$ ;  $\dot{F}(t)|_{t=t_p^*} = 0$ ;  $\ddot{F}(t)|_{t=t_p^*} = 0$ , які, по суті, означають, що на початку другого етапу (при  $t=0$ ) й у його кінці (при  $t=t_p^*$ ) похідні третього й четвертого порядку по  $t$  від  $x_k(t)$  дорівнюють нулю. Графік залежності  $P(t)$  (4) поданий на рис. 2.

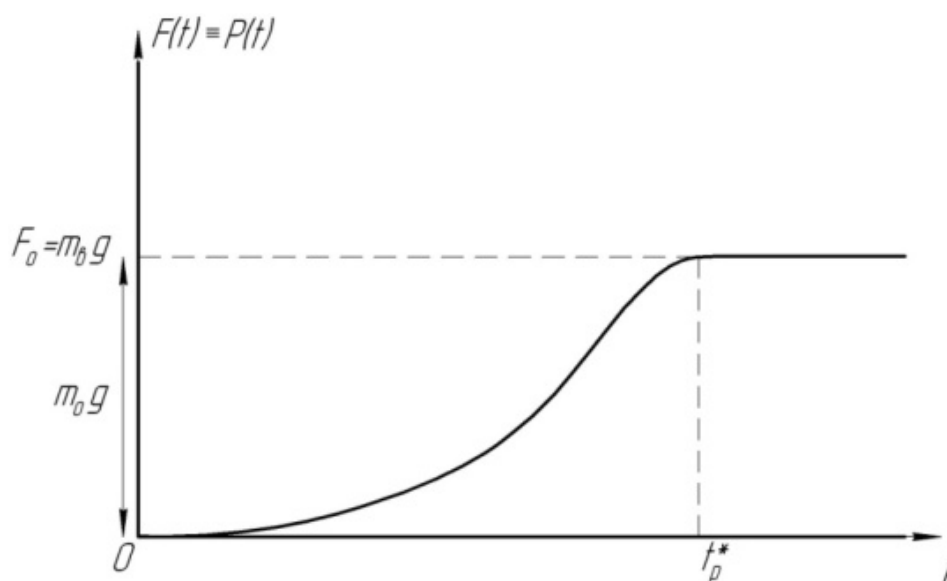


Рис. 2. Залежність  $F(t)$ .

Подамо рівняння (3) у наступному вигляді (для другого етапу підйому вантажу «з підхватом»):

$$\ddot{x}_k + \Omega_k^2 \cdot x_k = \frac{m_g \cdot g}{m_k} \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right\}, \quad (5)$$

де  $\Omega_k^2 = \frac{C_k}{m_k}$ . Початкові умови для рівняння (5) мають вид:  $x_k|_{t=0} = \dot{x}_k|_{t=0} = 0$ .

Для мінімізації коливань вантажу на другому етапі його підйом «з підхватом» слід задовольняти наступному критерію якості цього руху:

$$\int_0^{t_p^*} x_k^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

Враховуючи рівняння (5), критерій (6) можна подати у наступному вигляді:

$$\frac{1}{\Omega_K^4} \cdot \int_0^{t_p^*} \left\{ \frac{m_g \cdot g}{m_K} \cdot \left[ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right] - \ddot{x}_K \right\}^2 dt \rightarrow \min. \quad (7)$$

Необхідною умовою досягнення критерію (7) є рівняння Ейлера – Пуассона:

$$x_K^{(IV)} = \frac{60 \cdot m_g \cdot g}{m_K \cdot (t_p^*)^2} \cdot \left[ \left( \frac{t}{t_p^*} \right) - 3 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 \right]. \quad (8)$$

Розв'язок (8) шукаємо за наступних початкових умов:

$$x_K|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_K|_{t=0} = 0; \quad \ddot{x}_K|_{t=0} = 0; \quad x_K|_{t=t_p^*} = \frac{m_g g}{C_K}. \quad (9)$$

Шуканий розв'язок (8) при умовах (9) має наступний вид:

$$x_K(t) = C_3 \cdot t^3 + \frac{m_g \cdot g \cdot t^5}{2m_K \cdot (t_p^*)^3} - \frac{m_g \cdot g \cdot t^6}{2m_K \cdot (t_p^*)^4} + \frac{m_g \cdot g \cdot t^7}{7m_K \cdot (t_p^*)^5}, \quad (10)$$

$$\text{де } C_3 = \left\{ \frac{1}{C_K} - \frac{(t_p^*)^2}{7m_K} \right\} \cdot \frac{(C_K \cdot V)^3}{(m_g \cdot g)^2}.$$

Саме такий варіант руху  $x_K(t)$  (10) на другому етапі (при пружному деформуванні всіх елементів конструкції) мінімізує коливання вантажу протягом часу  $t \in [0, t_p^*]$ .

Розглянемо далі третій етап реального підйому вантажу «з підхватом» в межах одно-масової моделі.

Диференціальне рівняння, яке описує рух на цьому етапі, має вид:

$$m_K \cdot \ddot{x}_K + C_K \cdot x_K = m_g \cdot g, \quad (11)$$

А початкові умови:

$$x_K|_{t=0} = \frac{m_g \cdot g}{C_K}; \quad \dot{x}_K|_{t=0} = V. \quad (12)$$

Розв'язок (11) при умовах (12) має вид:

$$x_K(t) = \frac{m_g \cdot g}{C_K} + \frac{V}{p} \cdot \sin pt, \quad p = \sqrt{\frac{C_K}{m_K + m_g}}. \quad (13)$$

По суті,  $p$  – кругова частота вільних коливань системи.

Визначимо  $\dot{x}_K$  й  $\ddot{x}_K$  зі співвідношень:

$$\dot{x}_K = V \cdot \cos pt; \quad \ddot{x}_K = -V \cdot p \cdot \sin pt. \quad (14)$$

Динамічне навантаження, що діє на вантажозахоплюючий пристрій:

$$P_{\text{дин}}(t) = m_g \cdot \ddot{x}_K = -\left( \frac{Q_g}{g} \right) \cdot V \cdot p \cdot \sin pt, \quad Q_g = m_g \cdot g. \quad (15)$$

Максимум цього навантаження буде за умови:

$$\sin pt = -1; \quad p\tilde{t}_k = (-1)^{k+1} \cdot \left( \frac{\pi}{2} \right) + k \cdot \pi, \quad k = 1; 2; 3; \dots \quad (16)$$

При цьому має для  $P_{\text{дин max}}$ :

$$P_{\text{дин max}} = \frac{Q_{\text{в}} \cdot V}{g} \cdot p = Q_{\text{в}} \cdot \left(\frac{V}{g}\right) \cdot \sqrt{\frac{C_{\text{к}}}{(m_{\text{к}} + m_{\text{в}})}}. \quad (17)$$

Повне навантаження, що діє на вантажозахоплюючий пристрій, має вид:

$$P_{\text{в.з.}} = Q_{\text{в}} + P_{\text{дин max}} = Q_{\text{в}} \cdot \left[1 + \left(\frac{V}{g}\right) \cdot \sqrt{\frac{C_{\text{к}}}{(m_{\text{к}} + m_{\text{в}})}}\right]. \quad (18)$$

Тоді коефіцієнт динамічності (тах значення):

$$K_{\partial} = \frac{Q_{\text{в}} + P_{\text{дин}}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{P_{\text{дин max}}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{V}{g} \cdot p = 1 + \frac{V}{g} \cdot \sqrt{\frac{C_{\text{к}}}{(m_{\text{к}} + m_{\text{в}})}}, \quad (19)$$

або, у загальному вигляді:

$$K_{\partial}(t) = \frac{Q_{\text{в}} + m_{\text{в}} \cdot \ddot{x}_{\text{к}}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{\ddot{x}_{\text{к}}}{g}. \quad (20)$$

Дані формули (19) й (20) достатньо прості для практичного застосування й у достатній мірі достовірні, хоча й не враховують впливу другого елемента жорсткості (самого канату), існуючого у розглядуваній системі.

Слід зазначити, що усталена швидкість  $V$  підйому вантажу виникає не одразу, а тільки через певний проміжок часу  $t_p$ , тобто є функцією часу  $t$ .

Розглянемо, за якого закону руху  $x_{\text{к}}(t)$ , на проміжку часу  $t \in [0; t_p]$ , будуть мінімальними динамічні навантаження на всі елементи механізму підйому вантажу «з підхватом». Для цього треба задовольнити наступному критерію якості руху:

$$\int_0^{t_p} [K_{\partial}(t)]^2 dt \rightarrow \min. \quad (21)$$

Необхідною умовою реалізації критерію (21) є рівняння Ейлера – Пуассона:

$$x_{\text{к}}^{(IV)} = 0, \quad (22)$$

для якого існують початкові умови:

$$x_{\text{к}}|_{t=0} = \frac{m_{\text{в}}g}{C_{\text{к}}}; \quad \dot{x}_{\text{к}}|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_{\text{к}}|_{t=t_p} = V; \quad \ddot{x}_{\text{к}}|_{t=t_p} = 0. \quad (23)$$

Зрозуміло, що у подальшому, при  $t > t_p$  вантаж піднімають з постійною швидкістю  $V$ .

Розв'язок (22) за умов (23) має вид:

$$x_{\text{к}}(t) = \frac{m_{\text{в}}g}{C_{\text{к}}} + \frac{V \cdot t^2}{t_p} - \frac{V \cdot t^3}{3t_p^2}. \quad (24)$$

При цьому:

$$\ddot{x}_{\text{к}}(t) = \frac{2V}{t_p} - \frac{2V \cdot t}{t_p^2}. \quad (25)$$

Тому для  $K_{\partial}$  на етапі підйому  $t \in [0; t_p]$  маємо:

$$K_{\partial}(t) = 1 + \frac{\ddot{x}_{\text{к}}}{g} = 1 + \frac{2V}{gt_p} - \frac{2Vt}{gt_p^2}. \quad (26)$$

У табл. 1 подані значення  $K_{\partial}(t)$  для різних моментів часу  $t$  з інтервалу  $t \in [0; t_p]$  при наступних значеннях параметрів, які входять у формулу (26):  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Таблиця 1

Залежність  $K_{\partial}(t)$ 

$t, c$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0
$K_{\partial}$	1,051	1,046	1,041	1,036	1,031	1,026	1,018	1,013	1,006	1,000

Залежність  $K_{\partial}(t)$  подана на графіку рис. 3.

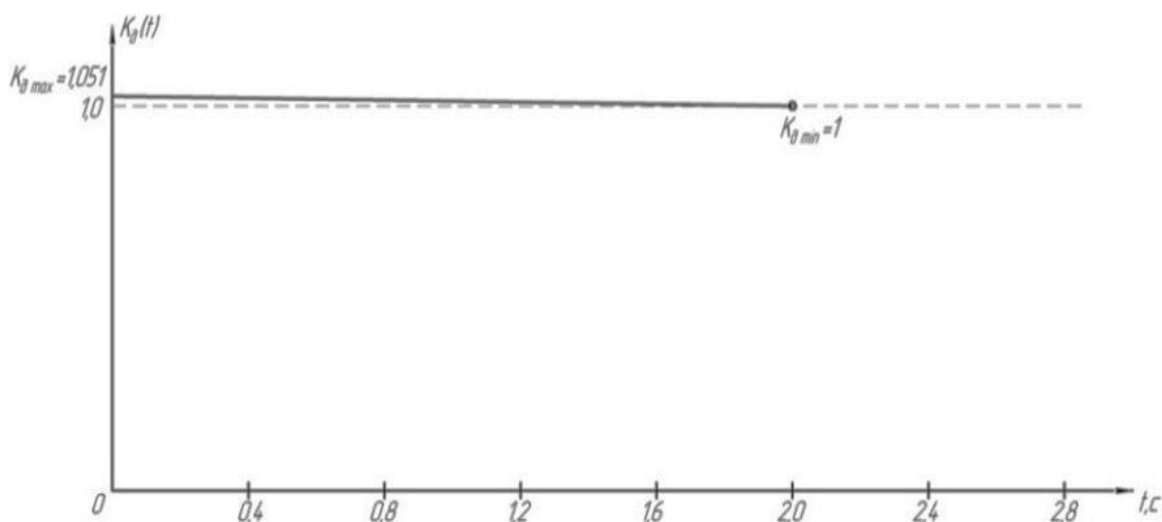


Рис. 3. Залежність  $K_{\partial}(t)$ :  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Якщо після моменту  $t = t_p^*$  вантаж піднімають з деяким прискоренням  $a(t)$ , котре є функцією від часу  $t$  того чи іншого режиму руху приводного механізму [5], тоді замість (11) слід використати рівняння, де  $m_{np}$  – зведена до підйомного канату маса приводного механізму з барабаном:

$$m_k \cdot \ddot{x}_k + C_k \cdot x_k = m_g \cdot g + (m_g + m_{np}) \cdot a(t). \quad (27)$$

Рівняння (27) легко звести до виду:

$$\ddot{x}_k + \Omega_k^2 \cdot x_k = \frac{m_g}{m_k} \cdot g + \frac{(m_g + m_{np})}{m_k} \cdot a(t). \quad (28)$$

Тепер, для того, щоб задовольнити критерії якості руху (21), необхідно розв'язати диференціальне рівняння Ейлера – Пуассона виду (22), або, з урахуванням (28):

$$\Omega_k^2 \cdot \ddot{x}_k = \frac{(m_g + m_{np})}{m_k} \cdot \ddot{a}(t). \quad (29)$$

З (29) легко знайти:

$$\ddot{x}_k = \frac{(m_g + m_{np})}{m_k \cdot \Omega_k^2} \cdot \ddot{a}(t) = \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \ddot{a}(t). \quad (30)$$

У роботі [5] розглянуті кілька можливих режимів руху приводного механізму на ділянці пуску ( $t \in [0; t_p]$ ):

а) перший режим – рух з нестійким прискоренням, який мінімізує величину рушійного моменту приводу:

$$a(t) = \frac{V}{t_p} \Rightarrow \ddot{a}(t) = 0; \quad (31)$$

б) другий режим – рух з лінійною зміною прискорення, який мінімізує динамічну складову потужності приводу:

$$a(t) = \frac{2V}{t_p} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) \Rightarrow \ddot{a}(t) = 0; \quad (32)$$

в) третій режим – рух зі зміною прискорення по кривій третього порядку:

$$a(t) = 12 \cdot V \cdot \frac{1}{t_p} \cdot \left(\frac{t}{t_p} - 2 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3}\right) \Rightarrow \ddot{a}(t) = \frac{24V}{t_p^3} \cdot \left(-2 + 3 \frac{t}{t_p}\right); \quad (33)$$

г) четвертий режим – рух зі зміною прискорення по кривій п'ятого порядку:

$$a(t) = \frac{60V}{t_p} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{t}{t_p} + 3 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} - \frac{t^3}{t_p^3}\right) \cdot \frac{t^2}{t_p^2} = \frac{60V}{t_p} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^3 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} \Rightarrow$$

$$\ddot{a}(t) = \frac{60V}{t_p} \cdot \left\{ \frac{2}{t_p^2} - \frac{18t}{t_p^3} + \frac{36t^2}{t_p^4} - \frac{20t^3}{t_p^5} \right\}. \quad (34)$$

Зрозуміло, що для кожного з вказаних вище режимів руху коефіцієнт динамічного навантаження визначається за формулою:

$$K_{\partial}(t) = 1 + \frac{\ddot{x}_k}{g} = 1 + \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \frac{\ddot{a}(t)}{g}. \quad (35)$$

Перший і другий режим дають значення  $K_{\partial}(t) = 1$  на всьому проміжку часу  $t \in [0; t_p]$ .

Для третього режиму маємо:

$$K_{\partial}^{(3)} = 1 + \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cdot \left(-2 + 3 \cdot \frac{t}{t_p}\right). \quad (36)$$

Для четвертого режиму маємо:

$$K_{\partial}^{(4)} = 1 + \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \frac{60V}{g \cdot t_p^3} \cdot \left\{ 2 - 18 \cdot \frac{t}{t_p} + 36 \cdot \left(\frac{t}{t_p}\right)^2 - 20 \cdot \left(\frac{t}{t_p}\right)^3 \right\}. \quad (37)$$

Для розрахунків  $K_{\partial}^{(3)}(t)$  (36) й  $K_{\partial}^{(4)}(t)$  (37) приймаємо наступні значення параметрів [5]:  $m_g = 20 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ;  $m_{np} = 41550 \text{ кг}$ ;  $C_k = 15450 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Слід зазначити, що при  $t = 0$  значення  $K_{\partial}(t) = K_{\partial}(0)$  приймають різні значення:

$$K_{\partial}^{(3)}(0) = 1 - \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cdot 2 = 0,999.$$

$$K_{\partial}^{(4)}(0) = 1 + \frac{(m_g + m_{np})}{C_k} \cdot \frac{60V}{g \cdot t_p^3} \cdot 2 = 1,003.$$

При  $t = t_p = 2,0 \text{ с}$  значення  $K_{\partial}(t) = K_{\partial}(t_p)$  наступні:



$$K_{\partial}^{(3)}(t=t_p) = 1 + \frac{(m_g + m_{np})}{C_K} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cdot 2 \cong 1,001.$$

$$K_{\partial}^{(4)}(t=t_p) = 1.$$

Отже, для третього й четвертого режимів руху  $K_{\partial}$  лежать у діапазоні (0,999...1,003) протягом усього періоду пуску  $t \in [0; t_p]$ .

Сам закон руху визначається з рівняння (29) за умов:

$$x_K |_{t=0} = \frac{m_g g}{C_K}; \quad \dot{x}_K |_{t=0} = 0. \quad (38)$$

Рівняння (29) легко проінтегрувати:

$$x_K(t) = \frac{(m_g + m_{np})}{\Omega_K^2 \cdot m_K} \cdot a(t) + \tilde{C}_1 \cdot t + \tilde{C}_2, \quad (39)$$

де  $\tilde{C}_1$  й  $\tilde{C}_2$  – константи, котрі знаходимо з умов:

$$\frac{m_g g}{C_K} = \frac{(m_g + m_{np})}{\Omega_K^2 \cdot m_K} \cdot a(0) + \tilde{C}_2; \quad 0 = \frac{(m_g + m_{np})}{\Omega_K^2 \cdot m_K} \cdot \dot{a}(0) + \tilde{C}_1; \quad (40)$$

### ВИСНОВКИ

На основі одномасової моделі здійснена динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом».

Встановлені аналітичні залежності, які описують закони руху вантажу, що підіймається, котрі мінімізують динамічні навантаження у механізмі підйому на різних етапах підйому «з підхватом».

Отримані у роботі результати можуть у подальшому бути використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу кранів як на стадіях конструювання / проектування, так і у режимах їх реальної експлуатації.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Волков Д.П. Динамические нагрузки в универсальных экскаваторах – кранах / Д.П. Волков – М.: Машгиз, 1958. – 269 с.
2. Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С.Н. Кожевников. – К.: Наукова думка, 1986. – 288 с.
3. Новак С.М. Защита от вибрации и шума в строительстве: Справочник / С.М. Новак, А.С. Логвинец – К.: Будівельник, 1990 – 184 с.
4. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К.: УМК ВО, 1990 – 166 с.
5. Ловейкин В.С. Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин / В.С. Ловейкин // Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. – К., 1998 – Вип.52. – С. 63–68.
6. Гоберман Л.А. Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин / Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Зеленський. – М.: Машиностроение, 1979 – 407 с.
7. Голубенцев Н.А. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / Н.А. Голубенцев. – М.: Машгиз, 1959 – 147 с.